

SEMIPROGETTO E VERIFICA DI UNA SEZIONE RETTANGOLARE SOGGETTA A SFORZO NORMALE ECCENTRICO (PRESSO-TENSOFFLESSIONE) CON L'AUSILIO DELLE CURVE D'INTERAZIONE n-m

Come già anticipato all'inizio della trattazione della sollecitazione di sforzo normale eccentrico, per ogni retta limite di deformazione, individuata univocamente dalla posizione "x" dell'asse neutro essendo condizionato il passaggio per uno dei punti A, B o M, sfruttando i legami costitutivi dei materiali (acciaio e cls) e le equazioni di equilibrio alla traslazione e alla rotazione rispetto alla corda passante per G_c e ortogonale all'asse di simmetria della sezione, è possibile esprimere:

$$\begin{cases} N_{Rd} = C - F'_s - F_s \\ M_{Rd} = C \left[\frac{h}{2} - s(x)x \right] - F'_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + F_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) \end{cases} \quad (1)$$

Nel riferimento dimensionale (O; N, M), la coppia (N_{Rd}, M_{Rd}) individua un punto della "curva di interazione" o "frontiera di rottura" della sezione.

Al variare di "x" tra $-\infty$ (retta limite "a") e $+\infty$ (retta limite "g") viene descritta l'intera frontiera che risulta essere una curva chiusa e convessa che racchiude il dominio di resistenza della sezione, ossia il luogo geometrico dei punti rappresentativi di stati di sollecitazione ammissibili della sezione.

La curva risulta essere chiusa in quanto si devono prevedere le situazioni deformative limite sia con riferimento al bordo superiore della sezione di cls ($\epsilon_{cu2}=3.5\text{‰}$ accorciamento) e all'armatura inferiore ($\epsilon_{su}=10\text{‰}$ allungamento) che con riferimento al bordo inferiore della sezione di cls e all'armatura superiore (fig. 61).

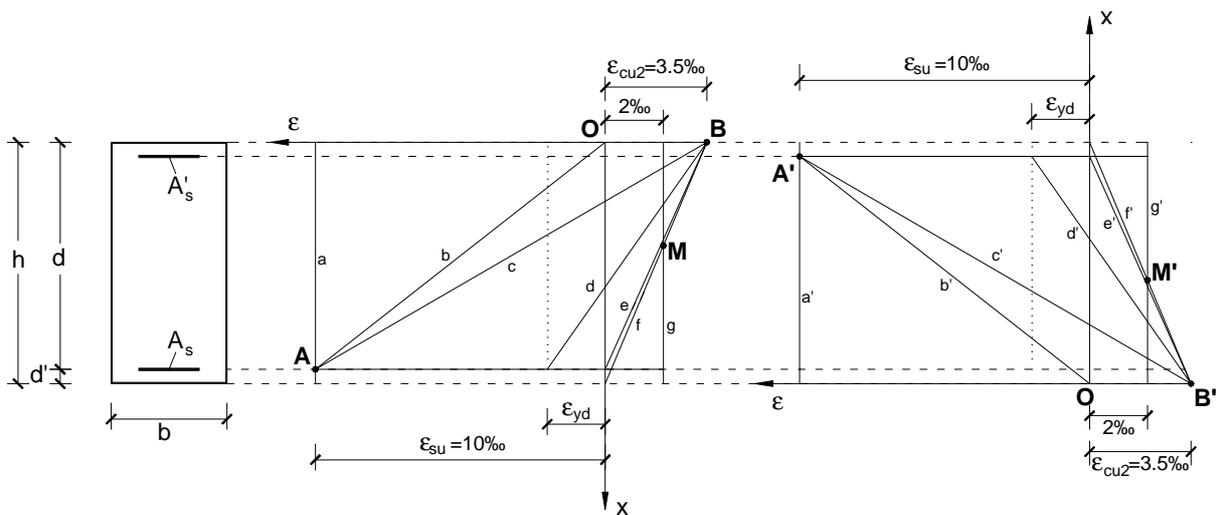


Fig. 61

La curva di interazione (fig. 62) risulta convessa in base al Postulato della “massima energia di dissipazione plastica” enunciato da Von Mises.

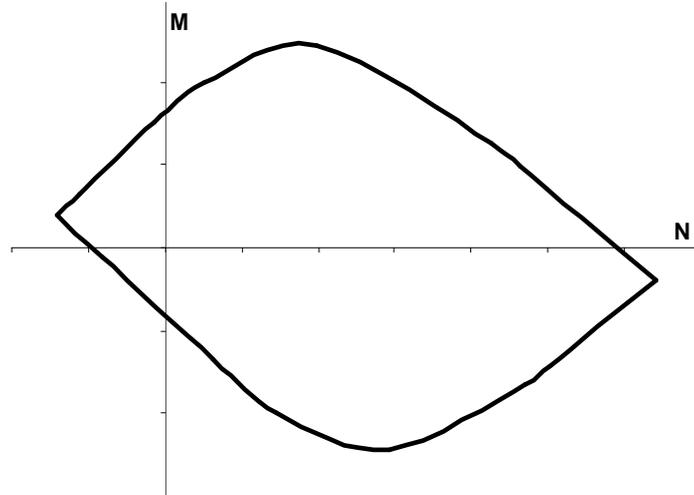


Fig. 62

La frontiera di rottura dipende:

- dalle caratteristiche geometriche della sezione di cls,
- dal quantitativo di armature presenti,
- dalle caratteristiche meccaniche del cls e dell'acciaio.

Ai fini applicativi risulta conveniente rendere adimensionali le relazioni (1). Innanzi tutto, con riferimento alla generica retta limite, riscriviamo le (1) in forma estesa:

$$\begin{cases} N_{Rd} = \alpha(x) f_{cd} b x - \sigma'_s A'_s - \sigma_s A_s \\ M_{Rd} = \alpha(x) f_{cd} b x \left[\frac{d+d'}{2} - s(x)x \right] - \sigma'_s A'_s \frac{d-d'}{2} + \sigma_s A_s \frac{d-d'}{2} \end{cases} \quad (2)$$

Introduciamo quindi le seguenti grandezze adimensionali:

- $n_{Rd} = \frac{N_{Rd}}{b h f_{cd}}$ sforzo normale adimensionale
- $m_{Rd} = \frac{M_{Rd}}{b h^2 f_{cd}}$ momento flettente adimensionale
- $\omega = \frac{f_{yd} A_s}{b d f_{cd}}$ rapporto meccanico dell'armatura A_s
- $\omega' = \frac{f_{yd} A'_s}{b d f_{cd}}$ rapporto meccanico dell'armatura A'_s
- $\mu = \frac{A'_s}{A_s} = \frac{\omega'}{\omega}$ rapporto tra le armature

- $\eta = \frac{\sigma_s}{f_{yd}}$ tensione adimensionale dell'armatura A_s
- $\eta' = \frac{\sigma'_s}{f_{yd}}$ tensione adimensionale dell'armatura A'_s
- $\delta = \frac{d'}{d}$ copriferro adimensionale.

Dividendo la prima delle equazioni (2) per $bhf_{cd} = bd\left(1 + \frac{d'}{d}\right)f_{cd}$ e la seconda per $bh^2 f_{cd} = bd^2\left(1 + \frac{d'}{d}\right)^2 f_{cd}$, dopo semplici passaggi si perviene alle seguenti espressioni delle sollecitazioni resistenti:

per i campi 1, 2, 3, 4, 4a ($\xi = x/d$)

$$\begin{cases} n_{Rd} = \frac{1}{1+\delta} [\alpha(\xi)\xi - \omega(\eta + \mu\eta')] \\ m_{Rd} = \frac{1}{(1+\delta)^2} \left\{ \alpha(\xi)\xi \left[\frac{1+\delta}{2} - s(\xi)\xi \right] + \omega \frac{1-\delta}{2} (\eta - \mu\eta') \right\} \end{cases} \quad (3)$$

per il campo 5 ($\xi = x/h$)

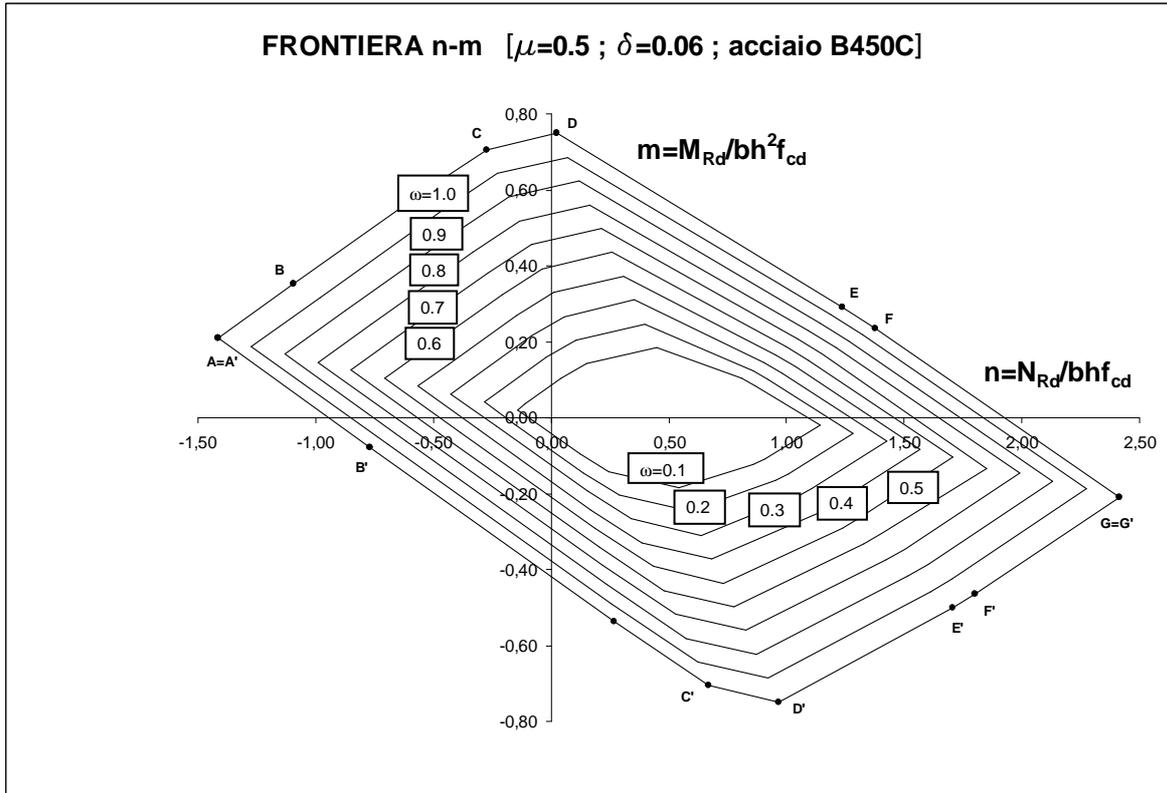
$$\begin{cases} n_{Rd} = \alpha(\xi)\xi - \frac{\omega}{1+\delta} (\eta + \mu\eta') \\ m_{Rd} = \alpha(\xi)\xi \left[\frac{1+\delta}{2} - s(\xi)\xi \right] + \frac{\omega}{2} \frac{1-\delta}{(1+\delta)^2} (\eta - \mu\eta') \end{cases} \quad (4)$$

Nelle relazioni (3) e (4) le grandezze note sono: δ , μ , ω e la qualità dell'acciaio f_{yk} , dalla quale dipende la deformazione ε_{yd} e quindi la posizione della retta limite "d". La variabile indipendente è $\xi \in]-\infty, +\infty[$, mentre da quest'ultima dipendono $\alpha(\xi)$, $s(\xi)$, η , η' , n_{Rd} , m_{Rd} .

Facendo variare con continuità la ξ nell'intervallo suddetto, si costruisce per punti l'intera curva d'interazione. Limitandosi invece all'individuazione dei soli punti rappresentativi delle rette limite separatrici dei campi di rottura (a, b, c, d, e, f, g, a'=a, b', c', d', e', f', g'=g), si ottiene una frontiera poligonale (ABCDEFGF'E'D'C'B'A) certamente contenuta nell'effettiva frontiera in virtù della convessità di quest'ultima.

Con riferimento alla frontiera linearizzata a tratti di più immediata determinazione, nello stesso riferimento adimensionale (O; n, m), per prefissati valori di δ , μ e f_{yk} , è possibile riportare una famiglia di curve di interazione, ciascuna caratterizzata da un valore particolare del rapporto meccanico ω (fig. 63).

Sulla base degli abachi così costruiti è possibile eseguire facilmente il semiprogetto e la verifica di una sezione presso-tensoinflessa.



Semiprogetto

Dati: $b, d, d', \mu, f_{ck}, f_{yk}, N_{Sd}, M_{Sd}$

Incognite: A_s, A'_s

Procedimento:

- si valutano $f_{cd}, f_{yd}, \delta, h=d+d', n_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{b h f_{cd}}, m_{Sd} = \frac{M_{Sd}}{b h^2 f_{cd}}$
- nell'abaco delle curve d'interazione relative ai valori noti di δ, μ e f_{yk} si individua il punto $S(n_{Sd}, m_{Sd})$ e la frontiera di rottura passante proprio per S o prossima ad esso esternamente (fig. 64)

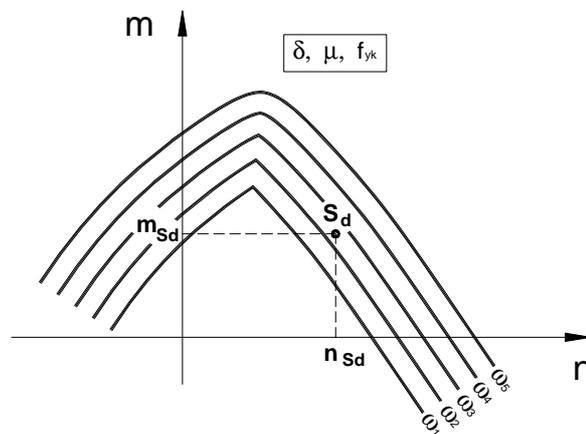


Fig. 64

- il valore del rapporto meccanico che caratterizza tale frontiera permette di ricavare A_s :

$$\omega = \frac{f_{yd} A_s}{b d f_{cd}} \Rightarrow A_s = \frac{b d f_{cd}}{f_{yd}} \omega$$

- ed infine:
$$\mu = \frac{A'_s}{A_s} \Rightarrow A'_s = \mu A_s$$

Verifica

Dati: $b, d, d', A_s, A'_s, f_{ck}, f_{yk}, N_{Sd}, M_{Sd}$

Incognite: campo di rottura, N_{Rd}, M_{Rd}

Procedimento:

- si calcolano $h=d+d', f_{cd}, f_{yd}, \omega = \frac{f_{yd} A_s}{b d f_{cd}}, \mu = \frac{A'_s}{A_s}, \delta = \frac{d'}{d}, n_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{b h f_{cd}}, m_{Sd} = \frac{M_{Sd}}{b h^2 f_{cd}}$
- nell'abaco definito dai valori noti δ, μ e f_{yk} si rappresenta la curva d'interazione corrispondente al rapporto meccanico ω della sezione e si individua il punto $S(n_{Sd}, m_{Sd})$
- se S risulta non esterno alla frontiera di rottura della sezione la verifica è positiva
- per individuare il campo in cui avviene la rottura ed i valori delle sollecitazioni resistenti n_{Rd} e m_{Rd} , si può ritenere che le sollecitazioni crescano linearmente; prolungando la semiretta OS_d si determina l'intersezione R con la frontiera di rottura (fig. 65)

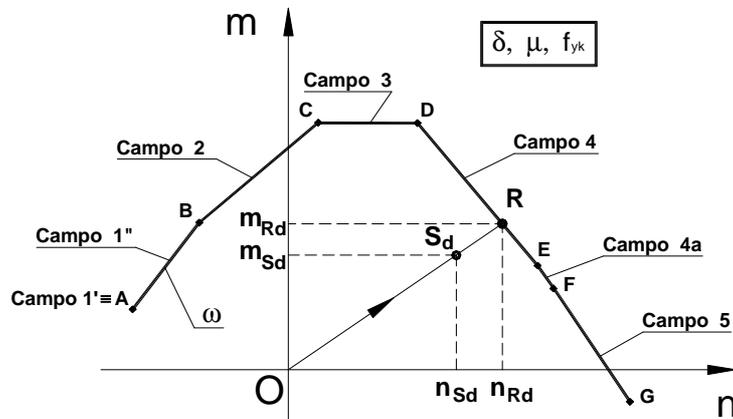


Fig. 65

- la verifica è soddisfatta se

$$n_{Rd} \geq n_{Sd} \quad (N_{Rd} = b h f_{cd} n_{Rd} \geq N_{Sd})$$

oppure

$$m_{Rd} \geq m_{Sd} \quad (M_{Rd} = b h^2 f_{cd} m_{Rd} \geq M_{Sd}).$$